A&H
Revista de Artes y Humanidades

El papiro del Rhind

*Recibido: 8 diciembre 2017 * Aprobado: 12 marzo 2018*

Jose Martin Estrada Analco

BUAP

estradajose660@gmail.com

Resumen

En este artículo, se presenta una descripción de algunos de los problemas contenidos en uno de los primeros textos históricos a saber, registrados en la historia de la Matemática, el papiro del Rhind.

A pesar de que el papiro contiene ochenta y cuatro problemas, aquí sólo se revisan los marcados en el documento histórico con los números uno, seis, 24, 33, 48, así como el 63, con la finalidad de formar un pequeño corpus que sirva de base para el análisis de este importante documento histórico. Es importante señalar que el análisis crítico del corpus se hace desde la perspectiva y lenguaje de la matemática moderna, sin la cual sería muy difícil establecer las inferencias señaladas en la conclusión del presente trabajo. No omito aclarar que dicho análisis es a partir del uso e interpretación de otros documentos que han traducido y analizado los problemas del corpus propuesto.

Palabras clave: Papiro del Rhind, historia de la matemática, lenguaje matemático.

Abstract

In this article we present a descriptive review of some problems contained in one of the first historical texts recorded in the history of mathematics, namely the Rhind Papyrus.

Although the papyrus contains eighty-four problems, in this work the problems one, six, twenty-four, thirty-three, forty-eight, as well as sixty-three were analyzed in order to form a small corpus that serves as the basis for the analysis of this important historical document. It is important to note that the critical analysis of the corpus is done from perspective of modern mathematics and using of language of it, without which it would be very difficult to get the inferences established in the conclusion of this work. I do not omit to clarify that this analysis is based on the use and interpretation of other documents that have translated and analyzed the problems of the proposed corpus.

Key words: Rhind papyrus, mathematics history, mathematical language.

Introducción

Las distintas etapas o períodos de la historia de la Matemática según Ríbnikov son: el nacimiento de las matemáticas, el período de las matemáticas elementales, el período de formación de las matemáticas de magnitudes variables y el período de la matemática contemporánea. La primera etapa se prolonga hasta los siglos VI-V antes de nuestra era, la segunda, se desarrolla poco después de estos siglos y hasta el siglo XVI, la tercera, se puede ubicar a mediados del siglo XVI con los trabajos de Newton y Leibniz y hasta mediados del siglo XIX; finalmente la última etapa abarca desde el siglo XIX y hasta nuestros días (16-17). Una lectura atenta de los hechos que contribuyeron al desarrollo conceptual de la Matemática en cada uno de estos períodos, nos muestra también las distintas fases por las que ha transitado el lenguaje propio de la Matemática hasta su conformación actual. El devenir de esta formación del lenguaje matemático señala que las primeras tres etapas de la historia corresponden respectivamente al uso del lenguaje natural o coloquial, a la presencia del lenguaje sincopado y al uso del lenguaje simbólico; sin embargo, es en la última etapa histórica del desarrollo conceptual de la matemática en donde el lenguaje de la misma se consolida y es aceptado por la comunidad estudiosa de esta disciplina como un sistema matemático de signos.

En este trabajo sólo se revisará, con base en algunos problemas del papiro del Rhind, la primera fase de la conformación del lenguaje matemático, la cual está marcada por el uso del lenguaje natural, retórico o coloquial que corresponde al momento histórico determinado en que se encuentra el período del nacimiento de las matemáticas; y es precisamente en esta fase que se ubican los papiros del Rhind y de Moscú, considerados como las primeras fuentes históricas de la matemática. Otro texto muy importante que también se encuentra en este período y manifiesta plenamente el uso del lenguaje natural son <<Los Elementos de Euclides>>, cuya redacción hace uso del lenguaje retórico del momento histórico en que fueron escritos los trece libros de los <<Elementos>>. En el período de las matemáticas elementales, se daba el nombre de <<Elementos>> a las obras que exponían los primeros sistemas matemáticos. Los primeros <<Elementos>> que aparecen en la historia de la matemática fueron escritos por Hipócrates de Quíos.

Es importante recordar que el lenguaje del papiro del Rhind –jeroglífico- es distinto del lenguaje de los <<Elementos>> ***s*** –griego-. Sin embargo, el punto de inflexión en el devenir del lenguaje matemático, se puede encontrar también en el segundo período señalado; a saber en la Arithmeticorum (aritmética) de Diofanto, quien es el primero en utilizar un lenguaje sincopado (abreviatura de las palabras) para redactar su aritmética. Es en esta obra en donde se marca el inicio de un cambio gradual del lenguaje retórico a un lenguaje que intenta utilizar sistemáticamente <<símbolos>> especiales para referirse a diversos objetos matemáticos. Por ejemplo, la magnitud desconocida ***x*** en las ecuaciones de Diofanto es representada con el <<símbolo>> ξ, mientras que los egipcios utilizaron la palabra <<aha>> cuyo significado era, para ellos, un montón en el sentido de ser una cantidad desconocida.

El papiro del Rhind

El papiro del Rhind contiene ochenta y cuatro problemas, los cuales pueden ser considerados de carácter aplicado al comercio o a la agrimensura; en ellos se pueden encontrar cuestiones diversas, tales como: la aritmética, las fracciones, el reparto proporcional, el cálculo de áreas o de volúmenes y las primeras ecuaciones de primer grado con una incógnita registradas en la historia de la Matemática. Toda la información contenida en esta fuente data aproximadamente de entre los años 2000 a 1600 antes de nuestra era. El papiro del Rhind también es conocido como de Ahmes en honor del escriba autor de la obra y que actualmente se encuentra en el Museo Británico de Londres. Para mostrar el predominio y uso recurrente o sistematizado del lenguaje natural en este primer período de la historia de la Matemática, se consideran seis problemas de dicho papiro, los marcados con los números uno, tres, 24, 33, 48, así como el 63.

Los problemas

Los seis primeros problemas del papiro del Rhind piden repartir uno, dos, seis, siete, ocho y nueve barras u hogazas de pan entre diez hombres, de este modo se tenía que hacer un reparto equitativo de las hogazas de pan entre cada uno de estos hombres. Estos problemas son interesantes por la forma en que los egipcios dan solución a los mismos, ya que permiten a la luz de la Matemática moderna hacer una interpretación de los mismos. Revisemos el problema uno, así que en este caso la distribución solicitada fue la de repartir una barra u hogaza de pan entre diez hombres.

La solución dada por Ahmes es 1/10, cuyo significado puede ser el siguiente: divida la hogaza de pan en diez partes iguales y distribúyalas o repártalas entre cada uno de los diez hombres. La verificación o comprobación de esta solución permite observar parte de la aritmética egipcia de la época. En este caso el razonamiento es como se muestra a continuación: cada hombre recibe 1/10 de hogaza, ahora multiplique 1/10 por 10 como se indica

1	1/10
2	1/5
4	1/3 1/15
8	2/3 1/10 1/30

Obsérvese que **2** + **8** = 10, de donde 1/10 por 10 es 1/5 + 2/3 + 1/10 + 1/30.

Ríbnikov en <<Historia de las Matemáticas>> señala en relación a la aritmética egipcia lo siguiente:

> En la multiplicación, por ejemplo, preferentemente se utiliza el método de duplicación paso a paso de uno de los factores y de la suma de los productos parciales convenientes […] En la división también se utiliza el procedimiento de duplicación y división sucesiva por la mitad (p.25).

El problema seis consiste en repartir seis barras entre diez hombres. La solución dada por Ahmes es 1/2 1/10. De acuerdo con José María Gairín Gairín, esta solución permite conjeturar una interpretación del modo en que los egipcios realizaban el reparto solicitado:

> Interpretamos la noción de fracción de los egipcios asociada a la acción del reparto igualitario de cantidades extensivas de magnitud y a la creación de un sistema de representación para cantidades no enteras basado en el que utilizaban para cantidades enteras. Esta interpretación permite considerar la fracción como adición de cantidades de magnitud que son particiones enteras de la unidad, como suma de partes alícuotas de la unidad. Aunque desde nuestra perspectiva actual este sistema de representación resulta poco adecuado, es comprensible que en dicha cultura se opte por adaptar el sistema de numeración aditivo del que ya disponen a nuevas necesidades numéricas (p.38).

Para el caso del problema que se atiende, no hay forma de distribuir en partes iguales seis barras u hogazas entre diez hombres; así que cada una de las hogazas es dividida en dos partes iguales de modo tal que ahora se tienen doce partes iguales. El repartidor tomaba diez de estas partes para dar una a cada uno de los hombres. Como ya se habían repartido cinco hogazas, entonces la barra que sobraba se dividía en diez partes iguales para ser entregada a cada uno de los hombres.

De esta solución, se tiene que la fracción 6/10 era interpretada como un problema de reparto o de distribución equitativa: repartir seis barras entre diez hombres y su solución determina el modo en que se debía realizar dicho reparto: dar la mitad de una barra a cada uno de los diez hombres y de la barra sobrante dar la décima parte a cada hombre, para obtener así la fracción 1/2 1/10. Así que el uso de fracciones alícuotas o fracciones de la forma 1/n eran utilizadas sistemáticamente por los egipcios para poder establecer el modo en que se debían realizar los repartos o distribución equitativa de determinados objetos en m partes iguales, lo cual puede ser interpretado como una fracción de la forma n/m.

Tal como lo señala Luis Puig en <<La resolución de problemas en la historia de las matemáticas Matemáticas para el siglo XXI>>, algunos de los problemas contenidos en el papiro del Rhind, los señalados con los números 24 a 29, hacen referencia a lo que hoy día se puede interpretar como problemas relativos a una ecuación de primer grado con una incógnita; y quizá estos sean los primeros problemas de dicha clase. La redacción del problema veinticuatro es la que aparece en la primera parte de la imagen 1 y está escrita en jeroglífico; la simple lectura del problema, hoy día, representa un verdadero problema para cualquiera de nosotros; ya que no poseemos el código, en virtud de que ninguno de nosotros conoce el jeroglífico, que es el lenguaje usado por los antiguos egipcios desde aproximadamente 3200 a 2500 a.c., y tampoco somos expertos egiptólogos, lo cual nos permitiría traducir el texto del problema. Sin embargo, podemos pensar, tal vez, que somos afortunados; ya que el escriba Ahmes hizo una traducción de este problema, el cual aparece en la segunda parte de la misma imagen 1. La situación es la misma que en el caso anterior, aunque el texto está escrito ahora en lenguaje hierático, el cual fue usado también por los egipcios desde el 2500 al 600 a.c. Es en este período que los egipcios utilizaron una mayor cantidad de símbolos para los números.

Figura 1. National Council of Teachers of Mathematics (Puig, 1979).

De acuerdo con Carl Boyer, el método de solución empleado, se puede interpretar como el de regula falsi o falsa posición, el cual consiste en calcular el valor buscado con base en otro valor estimado con anterioridad. El primero de estos problemas, el número 24, establece: “un montón más la séptima parte del mismo es igual a 19”:

> The unknown is referred to as “aha” or heap. Problem 24, for instance, calls for the value of heap if heap and a seventh of heap is 19. The solution given by Ahmes is not that of modern textbooks, but is characteristic of a procedure now known as the “method of false position” or the “rule of false” (16)[1].

La palabra egipcia <<aha>> significa <<montón>> y en el contexto del problema hace referencia a la incógnita, la cual hoy día es simbolizada en el lenguaje de la matemática moderna con la letra x. Este problema puede ser interpretado en el actual lenguaje algebraico como sigue: $x + 1/7\ x = 19$. La solución dada por Ahmes con base en el registro del problema y en la aritmética egipcia que aparece en el papiro es la siguiente: dar un valor de x igual a 7, de modo tal que al sustituir en la ecuación obtenemos un valor aproximado de 8. Para encontrar el valor real de x, hay que encontrar un número n tal que al multiplicarlo por el resultado de aplicar el valor estimado nos de 19, esto es, hay que dividir 19/8. El valor buscado entonces será 7n.

1	8
2	**16**
1/2	4
1/4	**2**
1/8	**1**

Obsérvese que 16 + 2 + 1 = 19, de donde 19/8 = 2 + 1/4 + 1/8. Éste es el valor a multiplicar por 7 para obtener la x buscada.

1	2 1/4 1/8
2	4 1/2 1/4
4	9 1/2

Entonces, el valor buscado es 2 + 1/4 + 1/8 + 4 + 1/2 + 1/4 + 9 + 1/2 = 16 + 1/2 + 1/8

[1] Lo desconocido se conoce como <<aha>> o montón. El problema 24, por ejemplo, requiere el valor de aha si un montón y un séptimo de dicho montón es 19. La solución dada por Ahmes no es la de los libros de texto modernos, sino que es característica de un procedimiento ahora conocido como el <<método de posición falsa>>. o de <<regula falsi>>.

Como se nota, el sistema de numeración de la cultura antigua egipcia es el jeroglífico y posicional de base diez, el cual tiene la propiedad de ser aditivo. El problema número sesenta y tres del papiro muestra que este tipo de ecuaciones estaban relacionadas con problemas prácticos relativos al comercio de la época, como por ejemplo el modo en que debían realizar el pago a un grupo de trabajadores: se quieren repartir setecientos panes entre cuatro hombres, con dos terceras partes para el primero, un medio para el segundo, una tercera parte para el tercero y la cuarta parte para el último hombre. La solución puede ser encontrada con base en el lenguaje de la matemática moderna como sigue: la fracción (2/3 + 1/2 + 1/3 + 1/4) es a 700, como lo es 1 a x. De donde se obtienen las siguientes relaciones:

$$\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right) \rightarrow 700$$

$$1 \rightarrow x$$

Por resolver la ecuación: (2/3 + 1/2 + 1/3 + 1/4) x = 700

$$\frac{7}{4}\,x = 700$$

$$x = 400$$

De este modo el primer hombre recibe: 2/3 x 400 = 266 + 2/3 panes.

El segundo hombre recibe: 1/2 x 400 = 200 panes.

El tercer hombre recibe: 1/3 x 400 = 133 + 1/3 panes.

El cuarto hombre recibe: 2/3 x 400 = 100 panes.

En el mismo orden de ideas, y de acuerdo con Florian Cajori en su *A History of Elementary Mathematics,* el problema treinta y tres establece: Una cantidad, sus 2/3, su ½, su 1/7, su totalidad asciende a 37. La lectura del problema se hace de izquierda a derecha, en donde la primera parte es interpretada como la nota introductoria del problema, la cual está seguida por los símbolos numéricos y fraccionarios de la cultura egipcia, misma que se puede interpretar como (2/3 + 1/2 + 1/7 + 1) de la cantidad buscada.

Los símbolos representados por animales, se interpretan con lo que hoy día es el signo de igualdad; y la <<redacción>> del problema termina con la escritura del número egipcio 37.

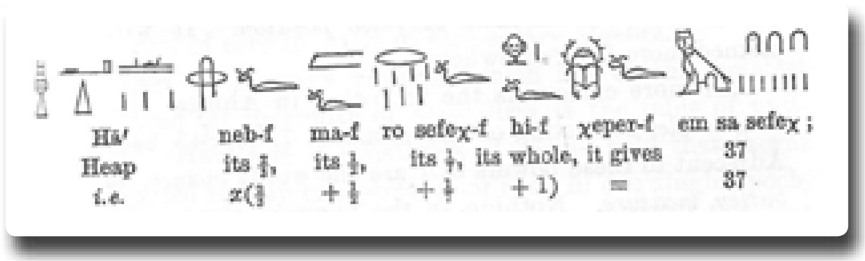

Figura 2. A History of Elementary Mathematics. (Cajori, 2004).

Si usamos el lenguaje de la Matemática moderna, se tendría la siguiente representación del problema: 2/3 x + 1/2 *x* + 1/7 *x* + *x* = 37.

Una revisión cuidadosa de los problemas tratados en el papiro, muestra que no todas las cuestiones ahí establecidas fueron redactadas en el lenguaje coloquial del momento histórico en que pervivió el pueblo del antiguo Egipto. Uno de tales problemas y que no muestra redacción o texto alguno en su planteamiento o formulación es el marcado con el número cuarenta y ocho.

El escriba Ahmes esperaba, al menos eso supongo, que el lector potencial pensara en la imagen que aparecía y pudiera inferir el problema dado en el papiro. Con base en *Geometría Egipcia* de García (s. f.), se tiene que por la solución que aparece en el papiro, se ha deducido que el problema establecido pide comparar el área de un círculo con el área del cuadrado circunscrito a dicho círculo.

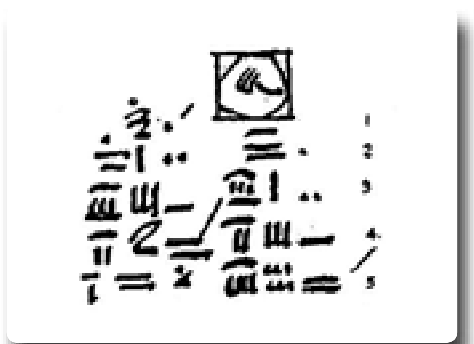

Figura 3. Geometría Egipcia. García (s. f.).

Este problema es importante, matemáticamente hablando, porque establece el primer intento de una geometría basada en la utilización de figuras sencillas, en cuyo caso el área de una figura dada es conocida, y con base en ella se debe obtener el área de alguna otra figura. Además este problema puede ser la fuente del cálculo del área del círculo con un valor de $\pi = 3.1605$ que aparece en el problema 50. La interpretación de la solución a este problema y de acuerdo con García C. es la siguiente:

El escriba considera un diámetro igual a 9 y calcula el área del círculo como la de un cuadrado de lado 8. Obtiene así un valor de 64. Según se ve en la figura del problema, en el cuadrado de 9 jet de lado, se dividen los lados en tres partes iguales formando luego un octógono. Ahmes elimina los triángulos formados en los vértices del cuadrado. El área del octógono es A= 81-4*(3*3)/2= 63. Quizá Ahmes, tal vez, pensó que el área del círculo circunscrito era algo mayor que la del octógono representado

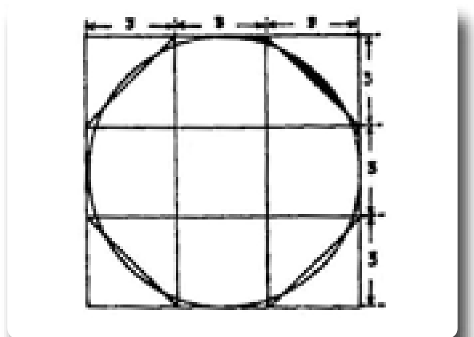

Figura 4. Geometría Egipcia. García (s. f.).

De aquí se tiene que el valor aproximado del número π es $4\,(8/9)^2 \approx 3.16049$. Sin duda, esta solución representa por sí misma una conjetura plausible y maravillosa.

Conclusión

Una lectura y análisis de los documentos que tratan la historia y los problemas contenidos en el papiro del Rhind, nos muestra que los egipcios utilizaron un sistema de numeración aditivo de base diez. Los primeros problemas de este importante documento histórico permiten establecer, con base en la solución de los mismos, la primera interpretación que se tiene de una fracción de la forma *c/b*; a saber: la forma o el modo en que se debía realizar el reparto o distribución de b hogazas o piezas de pan entre c hombres, de modo tal que la distribución fuera equitativa; mejor aún, la solución de la gran mayoría de estos problemas era dada en fracciones de tipo alícuotas o de la forma 1/*n*, la cual también puede ser interpretada como la división de la unidad (una hogaza de pan) en *n* partes iguales. Otro problema que también está relacionado con cuestiones de distribución es el marcado con el número sesenta y tres del papiro, y como se ha establecido, una posible representación del problema con base en el uso del lenguaje de la matemática moderna es $(2/3 + 1/2 + 1/3 + 1/4)\ x = 700$. Este problema es una de las primeras ecuaciones de primer grado con una incógnita que está registrada por la historia de la matemática. Con base en los problemas presentados, incluyendo el número cuarenta y ocho; se muestra que el trabajo matemático de los egipcios estaba motivado y dirigido para dar solución a cuestiones específicas de su actividad sociocultural, tal como la comercial o la de agrimensura. Se debe recordar que las soluciones fueron construidas usando exclusivamente la aritmética propia de su cultura, nunca se observa el uso o manipulación de variables; el álgebra como tal no era conocida por ellos.

Referencias

Boyer, Carl (1968). *A History of Mathematics.* USA: Wiley International Edition.

Cajori, Florian (2004). A History of Elementary Mathematics. New York: Dover Publications, Inc.

Gairín, José María. (1998). *Sistemas de representación de números racionales positivos. Un estudio con maestros en formación.* (Tesis de doctorado). España: Universidad de Zaragoza.

García C. (s. f.) *Geometría Egipcia: Problemas 48 a 52 del papiro del Rhind.* Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/11/Articulo03.pdf

López, Francisco; Thode Rosa. (2014). *La tierra de los faraones.* Recuperado de http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/imag_rhind/#

Puig, L. (2006). *La resolución de problemas en la historia de las matemáticas Matemáticas para el siglo XXI.* Castellón: Publicacions de la Universitat Jaume I.

Pulpón Z., Ángel. (2010). *Historia de papiro de Rhind y similares.* Recuperado de http://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/165/el_papiro_de_Rhind.pdf

Ríbnikov. (1974). *Historia de las matemáticas.* México: Editorial Mir Moscú.